

Tentamen Vector analyse 2006

13-4-0

Zet op alle vellen je naam en #. Maak 1 som nu op verschillende vellen.

$$\text{Cijfer} = 1 + \frac{\#}{2}$$

1) Laat $F = \begin{pmatrix} -z \\ 0 \\ x \end{pmatrix}$ een vector veld op \mathbb{R}^3 en $c: [0, 2\pi] \rightarrow \mathbb{R}^3$ een lus beschreven door

$$c(t) = \begin{pmatrix} \cos t \\ \sin t \\ e^{-\sin t + (\cos t)^2} \end{pmatrix}$$

De lus $c_0: [0, 2\pi] \rightarrow \mathbb{R}^3$ is gegeven door

$$c_0(t) = \begin{pmatrix} \cos t \\ 0 \\ \sin t \end{pmatrix}$$

a) (4) Laat zien dat $\int_C F \cdot ds = \int_{C_0} F \cdot ds$.

b) (2) Bereken $\int_C F \cdot ds$

Hint: Maak op dat c en c_0 op de cilinder

$$x^2 + z^2 = 1 \text{ liggen.}$$

II] Laat $\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3 : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ diff. en

(3)

$$D_1 = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid \varphi_1(x) \leq y \leq \varphi_2(x), x \in [a, b]\}$$

$$D_2 = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid \varphi_2(x) \leq y \leq \varphi_3(x), x \in [a, b]\}$$

F is een diff. vectorveld op \mathbb{R}^2 .

Bewijs: $\int_{\partial D} F \cdot ds = \int_{\partial D_1} F \cdot ds + \int_{\partial D_2} F \cdot ds.$

III] Laat $f: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$ met

(3) $f(x, y, z) = x^3 y - z$

Bepaal een vergelijking voor het vlak
aan $f=0$ in het punt $(1, 1, 1)$

IV] Laat $f, g: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ met

$$f(x, y) = x^2 + y^2 \quad a$$

$$g(x, y) = x + y - (x - y)^2 + \frac{1}{2}$$

a) (3) Bepaal alle kandidaten voor extrema
van f op $g=0$

b) (3) Bepaal het type van de kandidaten
uit a.